

抛物柱切向滑移特性的分析

刘会静¹, 杨国庆^{1,2}, 洪军¹, 朱林波¹, 王飞¹

(1. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安;

2. 湖南科技大学机械工程学院, 411201, 湖南湘潭)

摘要: 为了更准确地描述结合面上微观形貌及其切向滑移特性, 构建了一种具有抛物形横截面的柱体滑移有限元模型. 该模型采用平面应变单元, 综合考虑了材料的弹塑性变形特征, 分析了整个切向滑移过程中切向合力、法向合力、接触面积以及残余位移随切向位移、法向距离、屈服强度等参数的变化规律, 并给出了经验公式. 分析结果表明: 塑性流动越大, 载荷沿滑移方向的漂移越明显, 抛物柱的残余位移也越大; 当 2 个抛物柱的材料特性相同时, 变形越大载荷的漂移量也越大; 当 2 个抛物柱之间的接触变形相同时, 模型屈服强度越小则塑性流动越显著. 构建的模型为有纹理结合面切向滑移特性的研究奠定了理论基础.

关键词: 抛物柱; 切向滑移特性; 有限元

中图分类号: TH123 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2012)11-0075-05

Finite Element Analysis for Sliding Characteristics Between Two Parabolic Columns

LIU Huijing¹, YANG Guoqing^{1,2}, HONG Jun¹, ZHU Linbo¹, WANG Fei¹

(1. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. College of Electromechanical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan, Hunan 411201, China)

Abstract: To accurately describe the micro topography and the sliding characteristics of rough surfaces, a finite element model is used to simulate sliding between two interfering elasto-plastic columns with parabolic cross-section. 2D elasto-plastic plane strain elements are considered, and it is revealed the reaction forces, residual deformations and contact length how to vary with the yield strength, sliding distance and interference between the columns. The stronger the plastic flow, the more obvious the load drifts along slip direction and residual deformation get. In the case of same material, the larger the deformation, the greater the load drifts, but in the case of equal deformation, smaller yield strength often leads to a more significant plastic flow. The variation of the contact load and contact area are also investigated at the single asperity level.

Keywords: parabolic column; tangential sliding characteristic; finite element

为了更准确地预测结合面的宏观特性, 学者们充分考虑了微观接触机理, 提出了许多理论解析模型, 如 GW 模型^[1]、CEB 模型^[2]、KE 模型^[3]等, 但是这些模型均以法向受压变形为主, 很少涉及模型的切向.

在滑移接触方面, Green^[4]通过试验及理论研究了一定条件下摩擦的黏附机理, 随后 Greenwood 等人^[5]分别通过不同的途径证实了 Green 理论, 但对滑移过程中模型的切、法向力的描述仅停留在平均值水平. 1985 年, Tangena 等人^[6]采用二维有限元

模型研究了2个圆片之间的滑移过程,并提出了解析模型,但该解析模型与仿真结果却相差很大. Faulkner 等人^[7]综合考虑弹塑性条件后,提出了三维球形微凸体的滑移接触模型(FA),但模型的计算效率较低. 2006年, Jackson^[8]结合以色列学者的球板模型对FA模型进行了改进,但没有考虑材料的塑性流动,使理论模型与仿真相差较大. Raghvendra 等人^[9]用二维平面应变单元仿真分析了无限长圆柱的滑移过程,重点研究了摩擦、位移及能量的变化,虽然提高了计算效率,但对载荷的研究只停留在现象描述阶段.

本文在以上文献研究的基础上,对抛物形微凸体之间的切向滑移过程进行仿真,统计分析了力、接触面积以及残余位移等力学特征随滑移过程的变化规律,并给出了拟合公式.

1 抛物柱模型

1.1 模型的基本假设

为了简化模型,采用了以下假设:①假设垂直于抛物面方向的长度无限大,对于形貌为直纹理的表面,沿着纹理方向,各个界面的变形情况相同,任意截面都具有代表性,当一个纹理无限长时,粗糙表面沿着纹理方向的变形可以忽略;②假设滑移过程是准静态过程,可忽略模型的加载速率、变形速率与动态特性.

1.2 模型临界参数的选取

Green^[10]研究了2个圆柱之间的赫兹接触,给出了即将发生塑性变形时的临界接触载荷、接触变形及接触面积的表达式

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_c}{L} &= \frac{\pi R (CS_y)^2}{E'}; b_c = \frac{2R (CS_y)}{E'} \\ w_c &= R \left(\frac{CS_y}{E'} \right)^2 \left[2 \ln \left(\frac{2E'}{CS_y} \right) - 1 \right] \\ C &= \begin{cases} (1 + 4(v-1)v)^{-1/2}, v \leq 0.1938 \\ 1.164 + 2.975v - 2.906v^2, v > 0.1938 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: P_c 为临界接触载荷; b_c 为临界接触面积; w_c 为临界变形量; L 为柱体的长度; R 为抛物面顶端的曲率半径; S_y 为材料的屈服强度; v 为材料的泊松比; C 为与泊松比相关的常数; E' 为等效弹性模量.

1.3 模型的构建

本文采用二维抛物片模型来模拟2个抛物面之间的滑移过程(见图1),模型中上、下抛物面的参数相等,假设上抛物面在沿 x 方向滑移过程中 w 的大

小不变,并取截面高度为 0.01 mm , $R=0.01 \text{ mm}$, $E'=200 \text{ GPa}$, $v=0.32$, $S_y=210 \text{ MPa}$. 若取 $L=1 \text{ mm}$,由式(1)得到 P_c 、 w_c 、 b_c ,可方便地实现仿真结果的归一化处理,相应的有限元模型如图2所示. 将模型的上、下两抛物面全部采用四边形单元(8节点的平面应变单元 plane82)进行网格划分,并对结合面位置的单元进行细化. 同时,采用 contal73、targe170 单元在2个抛物面可能发生接触的区域建立了接触单元. 将抛物面的底边固定,在耦合上抛物面顶边的 y 方向位移后,施加相应的 x 方向位移,从而完成了单对微凸体滑移过程中有限元模型的构建.

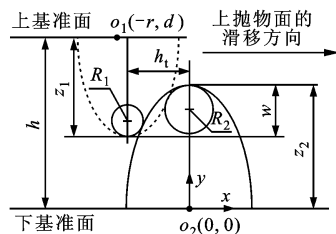


图1 模型滑移过程的示意图
 h : 上、下基准面的距离; z_1 、 z_2 : 上、下抛物面的高度; R_1 、 R_2 : 上、下抛物面顶端的曲率半径; h_1 : 2个抛物面对称轴之间的距离; w : 抛物面在 y 方向上的最大变形量;
 o_1 、 o_2 : 上、下抛物面底边的中心点

本文采用平面应变单元来简化微凸体的接触,使所建立的有限元模型的网格数目完全可控. 在保证网格质量的同时,可以把模型的网格数量控制在2万~10万,而且不会影响模型的计算效率.

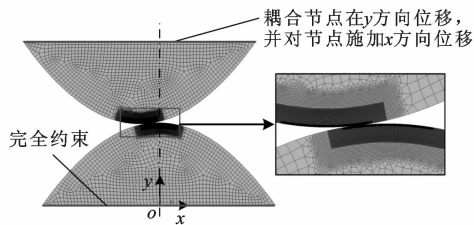


图2 二维抛物面接触的有限元模型

2 滑移过程的载荷特性分析

通过设置滑移过程中的载荷步(50~100)对上、下抛物面的滑移过程进行求解,获得了 x 方向的不同滑移位移 U_x ,以及相应的切向力 F_t 、法向力 F_n ,利用式(1)所得临界值等变量对仿真结果进行归一化处理,分析了滑移过程中归一化接触载荷的变化特性.

2.1 载荷总体变化特性

通过有限元分析,获得了不同 U_x 相应的 F_t 、 F_n ,取 $w^* = w/w_c$, $F_n^* = F_n/P_c$, $F_t^* = F_t/P_c$, $U_x^* = U_x/h_t$,分别对 w 、 F_n 、 F_t 、 U_x 进行归一化处理,从而获得了归一化变量 F_n^* 、 F_t^* 随 U_x^* 的变化规律(见图 3、图 4). 当 $w^* \leq 1$ 时,两抛物面会发生弹性变形, F_n^* 的变化曲线存在明显的轴对称性(见图 3). 在 $U_x^* = 2$ 时, $F_n^* = 0$,表明两抛物面脱离接触, F_t^* 的变化规律则接近正弦曲线(见图 4).

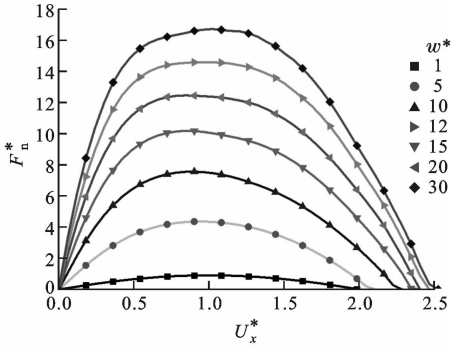


图 3 不同 w^* 对应的 $F_n^*-U_x^*$ 曲线

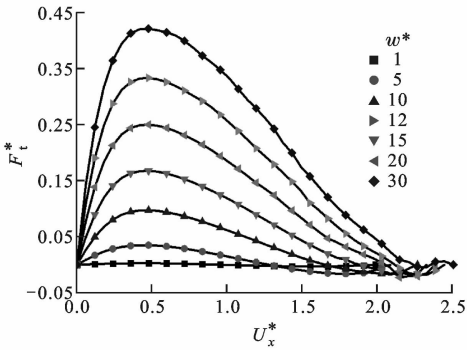


图 4 不同 w^* 对应的 $F_t^*-U_x^*$ 曲线

当 $w^* > 1$ 时,材料发生了塑性变形,在 F_n^* 的峰值处逐渐出现一段平滑区域,材料沿着 x 方向的塑性流动导致脱离位置的 $U_x^* > 2$,且 w^* 越大,每条曲线对应的 U_x^* 也越大(见图 3),但 F_t^* 为负值的部分则逐渐变小直至消失(见图 4). 与此同时,两抛物面脱离接触的位置逐渐沿滑移方向移动,载荷的对称性被破坏.

2.2 载荷最大值和最小值特性

在图 3、图 4 中,随着 w^* 的增大, F_n 、 F_t 的最大值 $F_{n\max}$ 、 $F_{t\max}$ 显著增大,而切向力的最小值 $F_{t\min}$ 则先增大后变小,在 w^* 增大到一定数值后,切向力将不存在负值. 分别取 $F_{t\max}^* = F_{t\max}/P_c$, $F_{n\max}^* = F_{n\max}/P_c$,以实现 $F_{t\max}$ 、 $F_{n\max}$ 的归一化. 当 $w^* \leq 1$ 时, $F_{t\min}$ 、 $F_{n\max}$ 的数值近似相等,该现象与赫兹弹性变形原理

相一致. 当 $w^* > 1$ 时,随着 w^* 的增大,模型的塑性变形增大, $F_{t\max}^*/F_{n\max}^*$ 明显变小并渐趋于 0.

如图 5 所示,当 $w^* < 6$ 时,本文模型与文献数据几乎完全吻合,证明了本文模型的有效性. 随着 w^* 的增加,本文的 $F_{n\max}^*$ 明显大于文献[9]的结果,产生这一差别的原因可由图 6 中抛物面接触对与球面接触对相应接触直径的对比获得. 当抛物面与球面顶端的曲率半径相同且 w 相同时,抛物面的接触直径明显大于球面的接触直径,从而导致抛物面所得载荷比球面的大,并随着 w 的变大而更加明显. 切向力的最大、最小值的变化规律如下

$$F_{n\max}^* = F_{n\max}/P_c = (0.042 - 4.6 \times 10^{-4} w^* + 0.95/w^*)^{-1} \quad (2)$$

$$F_{t\max}^* = F_{t\max}/P_c = (5.264 + 8.5w^* \ln w^*) \times 10^{-5} \quad (3)$$

$$F_{t\max}^*/F_{t\min}^* = -1.16 - 0.1057(w^*)^2 + 1.2 \times 10^{-3}(w^*)^3 + 0.259w^* + 3.16 \times 10^{-4}(w^*)^4 - 1.01 \times 10^{-5}(w^*)^5 \quad (4)$$

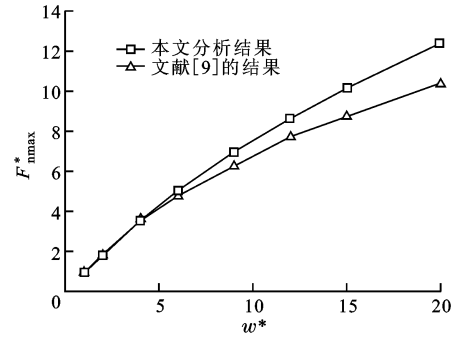
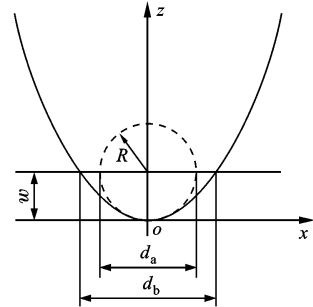


图 5 本文的 $F_{n\max}^*$ 与文献[9]结果的对比



d_a : 球面接触对的接触直径; d_b : 抛物面接触对的接触直径

图 6 抛物面与球面接触直径的对比

3 接触面积及残余位移特性

3.1 接触面积

提取微凸体对不同滑移位置的相应接触面积

A , 并采用 $A^* = A/b_c$ 对 A 进行归一化, U_x^* 对应 A^* 的变化规律如图 7 所示. 当 $w^* = 1$ 时, A^* 的变化曲线左右对称, 且 A^* 的最大值发生在上、下抛物面轴线重合的位置 ($U_x = h_t$). 当 $w^* > 1$ 时, 对于相同的 U_x^* , A^* 随着 w^* 增大而增大, 但在 $U_x = h_t$ 处则无法得到最大接触面积, 使曲线不对称, 其原因是在 $U_x = h_t$ 之前, 材料就已经发生了塑性流动.

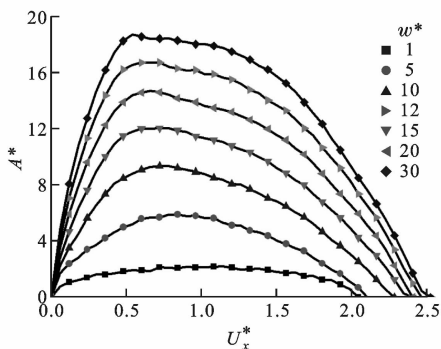


图 7 不同 w^* 对应的 $U_x^*-A^*$ 曲线

3.2 残余位移

当 $w^* > 1$ 时, 在滑移过程中存在塑性流动, 因此当滑移结束时材料无法还原到初始状态. 由于本文所建抛物面模型中的 2 个抛物面具有相同的材料特性、几何尺寸, 因此可以认为二者的变形在任意时刻都相同. 本文选择在下抛物面上可能发生接触的节点为跟踪对象, 滑移结束时提取该跟踪对象在 x 、 y 方向的位移 (分别用 $U_{n,x}$ 、 $U_{n,y}$ 表示) 进行了分析. 同时, 采用 $U_{n,x}^* = U_{n,x}/w_c$, $U_{n,y}^* = U_{n,y}/w_c$, $x^* = x/R$, 分别对 $U_{n,x}$ 、 $U_{n,y}$ 与节点的坐标进行归一化处理, 获得了 $U_{n,x}^*$ 、 $U_{n,y}^*$ 的分布规律 (见图 8、图 9).

如图 8、图 9 所示, 在同一接触位置节点的 $U_{n,x}^*$ 、 $U_{n,y}^*$ 随着 w^* 的增大呈明显的增大趋势. 在 $U_{n,x}^*$ 、 $U_{n,y}^*$ 达到最大值时, 接触变形量最大, 对模型的形状影响也最大. 由于 $w^* \leq 1$ 时材料发生弹性变形后不存在残余位移, 因此在 $w^* > 1$ 时, 提取了 x 和 y 正负方向的最大、最小残余位移, 即 $U_{n,xmax}$ 、 $U_{n,xmin}$ 、 $U_{n,ymax}$ 和 $U_{n,ymin}$. 在 $w^* > 1$ 时, 所得各残余位移的拟合公式如下

$$\left. \begin{aligned} U_{n,xmax} &= w_c \exp(1.4887 + 0.05779w^* - 12.221/w^*) \\ U_{n,xmin} &= w_c (0.26 - 0.29w^* + 0.02(w^*)^{3/2} + 0.35\ln w^*) \\ U_{n,ymax} &= w_c \exp(-0.5189 + 0.5946(w^*)^{1/2} - 21.06(w^*)^{-3/2}) \\ U_{n,ymin} &= w_c (-0.76 - 0.71w^* + 2.26\ln w^* + 4e^{-w^*}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

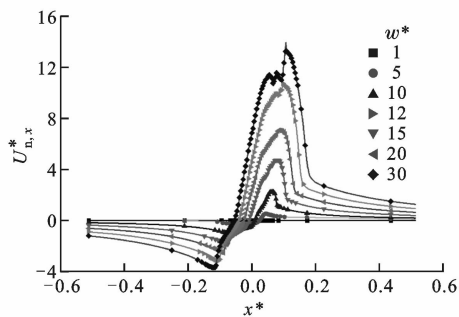


图 8 不同 w^* 对应的 $x^*-U_{n,x}^*$ 曲线

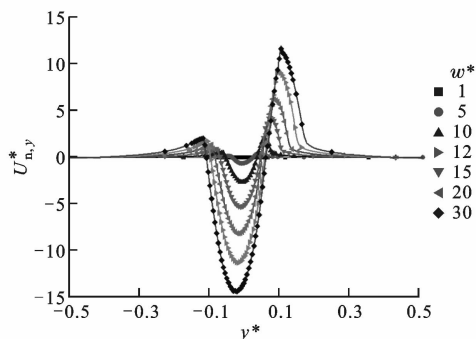


图 9 不同 w^* 对应的 $y^*-U_{n,y}^*$ 曲线

4 屈服强度对接触载荷的影响

由于塑性流动的复杂性, 滑移过程中相应的接触载荷、接触面积以及残余位移等参数的变化规律难以量化, 因此制约了对结合面切向特性的研究. 通过上述研究可知, w^* 越大则塑性流动越明显, 除此之外, 屈服强度也是影响塑性流动的一个重要因素. 本文分析了屈服强度对 F_t^* 的影响规律: ①当 $w^* = 20$ 时, 令模型的 S_y 为 210、300 和 396 MPa, 不同的 S_y 会导致 w_c 发生变化, F_t^* 的变化规律如图 10 所示; ②在 w^* 相同时, S_y 的增大对载荷的最大值影响明显, 但对载荷沿滑移方向的塑性流动现象影响较小; ③在几何形状完全相同的滑移过程中, 当 $S_y = 210$ MPa 时, 对应的临界接触变形量为 w_{cl} , 取 $w = 20w_{cl}$, 并在相同 w 时改变 S_y 的值 (在 210~700 MPa 之间取一系列的值), 则可以获得不同 S_y 对 $U_x^*-F_t^*$ 曲线和 U_{xmax}^* 的影响规律. 如图 11 所示, 屈服强度越大则塑性流动越不明显 ($U_x^* \approx 2$), 相应的 F_{tmax}^* 越大则 F_{tmin}^* 越小, 抛物面的变形越趋近于弹性变形, 即

$$F_{tmax}^* = \exp(-16.7 - 4.97e^{-11}S_y^3 + 2.866\ln S_y) \quad (6)$$

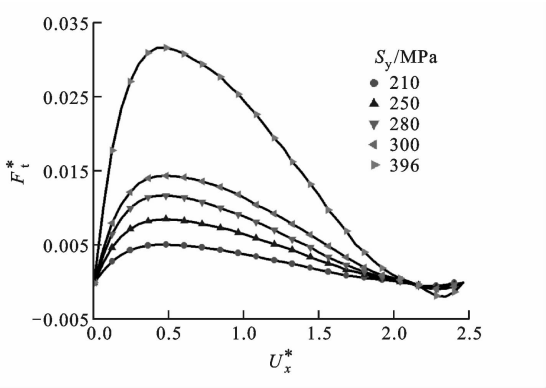


图 10 S_y 对 $U_x^*-F_t^*$ 曲线的影响($\omega^*=20$)

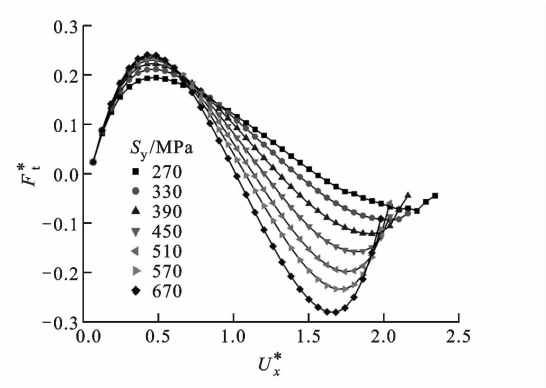


图 11 S_y 对 $U_x^*-F_t^*$ 曲线的影响($\omega=20$ ω_{cl})

5 总 结

本文采用抛物面平面应变单元,模拟了结合面单对微凸体之间的滑移过程,分析了其法向与切向载荷、接触面积、残余位移的变化规律,得出的结论如下。

- (1)抛物面在 x 方向的最大残余位移随着 ω^* 的增大而增大。
- (2) F_t 、 F_n 载荷的总体变化趋势、最大值特性均与文献[9]吻合得较好,因此证明了有限元模型的有效性。
- (3)当 ω^* 相同时,屈服强度对残余位移影响不大,但对载荷最大值的变化影响较大。当 ω 相同时,屈服强度、残余位移越大,则材料的塑性流动越明显。

参考文献:

[1] GREENWOOD J A, WILLIAMS J B. Contact of nominally flat surfaces [J]. P Roy Soc Lond: A Mat, 1966, 295 (1442): 300-319.
[2] CHANG W R, ETSION I, BOGY D B. An elastic-

plastic model for the contact of rough surfaces [J]. ASME J Tribol, 1987, 109(2): 257-263.
[3] KOGUTL, ETSION I. Elastic-plastic contact analysis of a sphere and a rigid flat [J]. ASME J Appl Mech, 2002, 69(5): 657-662.
[4] GREEN A P. Friction between unlubricated metals; a theoretical analysis of the junction model [J]. Proc Roy Soc Lond: A, 1955, 228 (1173): 191-204.
[5] GREENWOOD J A, TABOR D. Deformation properties of friction junctions [J]. Proc Phys Soc, 1955, 68 (9): 609-619.
[6] TANGENA A G, WIJNHOFEN P J M. Finite element calculations on the influence of surface roughness on friction [J]. Wear, 1985, 103(4): 345-354.
[7] FAULKNER A, ARNELL R D. Development of a finite element model to simulate the sliding interaction between two, three-dimensional, elasto-plastic, hemispherical asperities [J]. Wear, 2000, 242 (1/2): 114-122.
[8] JACKSON R L. An analysis of elasto-plastic sliding spherical asperity interaction [J]. Wear, 2007, 262(1/2): 210-219.
[9] VIJAYWARGIYA R, GREEN I. A finite element study of the deformations, forces, stress formations, and energy losses in sliding cylindrical contacts [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2007, 42(7): 914-927.
[10] GREEN I. Poisson ratio effects and critical values in spherical and cylindrical Hertzian contacts [J]. Int J Applied Mechanics and Engineering, 2005, 10(3): 451-462.

[本刊相关文献链接]

刘显军,洪军,朱永生,等.多支承轴系轴承受力与刚度的有限元迭代计算方法.2010,44(11):41-45.
刘海涛,赵万华.基于结合面的机床振动分析及优化设计.2010,44(1):96-99.
尤晋闽,陈天宁.结合面法向动态参数的分形模型.2009,43 (9):91-94.
李蕊,周丽.面向缩聚模型的结构损伤识别研究.2011,45 (9):101-107.
陈光胜,梅雪松,陶涛.一种四轴联动机床转台运动误差的快速检测及分离方法.2011,45(9):6-10.
李学伟,赵万华,卢秉恒.轨迹误差建模的多轴联动机床轮廓误差补偿技术.2012,46(3):47-52.

(编辑 管咏梅)